DELINEAMENTO EM BLOCOS COMPLETOS - INCOMPLETOS COM TRATAMENTO COMUM EM CADA BLOCO

JOSÉ CARLOS DALMAS
Mestre em Estatística
Docente UEL e FIAPEC

***SAMUEL FABRE SANCHES*[2]**
Doutor em Estatística
Docente UEL e FIAPEC

RESUMO

Neste trabalho, desenvolvemos a metodologia dos delineamentos de Blocos Completos-Incompletos com tratamento comum em cada bloco. Usando o modelo:

$$Y_{ij} = m + t_i + b'_j + e_{ij}$$

Pelo método dos mínimos quadrados foram obtidas as estimativas dos parâmetros e das somas de quadrados, assim como suas respectivas esperanças. Além disso, são apresentadas às distribuições de Y, β, Y. Obteve-se a matriz de dispersão dos tratamentos e a variância da estimativa de um contraste entre duas médias de tratamentos. Apresentou-se os testes para as comparações múltiplas entre as médias, usando o teste t de "Student" e o de "Dunnett".

ABSTRACT

In this paper, we develop a methodology for incomplete balanced blocks and complete-incomplete blocks designs with a usual treatment. Using the model:

$$Y_{ij} = m + t_i + b'_j + e_{ij}$$

By the method of least squares, the estimates of parameters and the sum of squares, as well as mathematical expectations were obtained. The distribution of Y, β, Y are also presented. We obtained. The distribution of Y, B, Y are also presented using Student t-test and Dunnett t-test.

INTRODUÇÃO

Em muitas áreas da pesquisa científica, estão cada vez mais sendo exigidas técnicas com maior grau de complexidade. Tal fato tem feito com que os modelos estatísticos, e tipos de coletas de dados se desenvolvam com novas metodologias, ajustando-se a cada situação, representando-a da melhor maneira, dando ao pesquisador maior segurança para suas conclusões e tomada de decisões.

As áreas que trabalham com avaliações organolépticas, que são avaliações que dependem dos sentidos, como: visão, gustação, etc. e mesmo em experimentos que necessitem de um tratamento controle para melhor comparação dos demais. Nestas situações podem-se usar os seguintes delineamentos: Blocos Incompletos Balanceados ou Blocos Completos - Incompletos com um tratamento comum em todos os blocos, considerado como tratamento controle.

No delineamento Blocos Completos-Incompletos pode-se anular a principal finalidade dos blocos incompletos, que é a redução do tamanho dos blocos, porém permitem separar os efeitos da não aditividade do erro experimental; obtendo-se assim, uma estiomativa pura do erro, tornando os testes de significância bem mais precisos.

Neste trabalho, iremos tratar do delineamento Blocos Completos-Incompletos, que é uma combinação dos delineamentos: Blocos Completos e Blocos Incompletos balanceados.

Destaca-se que nesse delineamento o uso de um tratamento comum em todos os blocos, tem como objetivo principal a comparação dele com os demais.

Delineamentos com tratamento comum em todos os blocos já foi apresentado por PIMENTEL-GOMES & GUIMARÃES (1958), cujo artigo pioneiro foi logo seguido por um similar de PAVATE (1961) e por trabalhos de outros autores.

Para as estimativas dos parâmetros do modelo usou-se a metodologia apresentada por PIMENTEL-GOMES (1967, 1968).

A metodologia para o delineamento de Blocos Completos - Incompletos com tratamento comum, desenvolveu-se nos delineamentos gerado por GACULA (1978) a partir dos delineamentos dados por TRAIL e WEEKS (1973), que tiveram início provável com o delineamento de Blocos Completos-Incompletos Compostos desenvolvidos por CORNELL e KNAPP (1972), para os experimentos com avaliações organolépticas.

1 - MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado neste trabalho é: $Y_{ij} = m + t_i + b'_j + e_{ij}$

onde: Y_{ij} é a observação do i-ésimo tratamento no j-ésimo bloco m é a média geral

t_i é a média geral

t_i é o efeito do i-ésimo tratamento

b_j é o efeito do j-ésimo bloco

eij é o erro experimental.

Sendo $b_j = m + b'_j$, onde o efeito de blocos inclui a média, assim teremos o seguinte modelo:

$Y_{ij} = t_i + b_j + e_{ij}$

Na forma matricial, o modelo pode ser escrito da seguinte maneira:

$Y = X\beta + \varepsilon$

onde: Y é o vetor de observação$X = [X_1|X_2]$, onde:

X_1 é a matriz formada pelos coeficientes dos efeitos de tratamentos

X_2 é a matriz formada pelos coeficientes dos efeitos de blocos

β é o vetor dos efeitos de tratamentos e blocos, isto é:

$\beta = \begin{bmatrix} T \\ B \end{bmatrix}$ onde:

T é o vetor dos efeitos de tratamentos e
B é o vetor dos efeitos dos blocos
E é o vetor dos erros aleatórios, de distribuição normal de média zero e variância o^2.

2 - SISTEMA DE EQUAÇÕES NORMAIS

Com a utilização do método dos mínimos quadrados, chega-se ao sistema:

$X'X\beta = X'Y$, onde

$X'X = \begin{bmatrix} R & N \\ N' & K \end{bmatrix}$ é singular, isto é, não existe inversa,

tomando $W = [I, \ -NK^{-1}]$ e pré multiplicando o sistema de equações normais, tem-se:

$C\tau = Q$

onde: $Q = T = NK^{-1}B$

é uma matriz coluna constituida dos totais ajustados dos tratamentos, e

$C = R = NK^{-1}N'$

é uma matriz singular, logo o sistema é compatível e indeterminado. Consideremos a seguinte restrição:

$A\tau = \phi$, então o sistema passa a ser:

$\tau = MQ$, onde

M é uma inversa generalizada de C e inversa comum de C - A, isto é, $(C - A)\ M = M\ (C - A) = I$.

Considere o seguinte quadro de dados:

QUADRO DE DADOS

	TRATAMENTOS				
BLOCOS	R	A	B	C	D
1	XX	X	X	XX	XX
2	XX	XX	XX	X	X
3	XX	X	XX	X	XX
4	XX	XX	X	XX	X
5	XX	X	XX	XX	X
6	XX	XX	X	X	XX

Onde:
R é o tratamento comum
V + 1 = o número de tratamentos
b = o número de blocos
k = o tamanho do bloco
r = o tamanho do bloco
r = o número de repetições do tratamento
r_r = o número de repetições do tratamento comum
λ = o número de vezes que cada par de tratamento ti ocorre no mesmo bloco
λ_r = o número de vezes que cada par de tratamento t_i com t_r ocorre no mesmo bloco

Desenvolvendo o sistema de equações $C\tau = Q$, tem-se:

$$t_r = \frac{r.Q_r}{b.\lambda_r}$$

$$t_i = \frac{(bk\lambda_r).\ Q_i - [(r_r\lambda - r\lambda_r).\ Q_r]}{(V\lambda + \lambda_r).\ b\lambda_r}$$

3 - CÁLCULO DA ESPERANÇA E DISPERSÃO DE Q E τ

a) Para Q

Como $Q = W\ X'Y$, tem-se que:

$E\ (Q) = C\tau$, se $(C\text{-}A)^{-1}\ A = \phi$

$D(Q) = Co^2$

b) Para τ

Sendo $\tau = MQ$ desenvolvendo, obtém-se facilmente a:

$E(\tau) = MCr$

$D(\tau) = MCM'o^2$, isto é:

Para o tratamento comum tem-se:

$$v(Q_r) = \frac{(r_r - L_r)}{K} o^2 \quad e \quad v(t_r) = \frac{r_r k - L_r}{r^2_r K} o^2$$

Para os demais tratamentos tem-se:

$$V(Q_i) = \frac{(r - L)}{K} o^2 \text{ e}$$

$$v(t_i) = \frac{p^2\ V(Q_i) + q^2 V(Q_r) - 2\ pq\ COV\ (Q_r,\ Q_i)}{(V\lambda + \lambda^2_r)\ .\ (bK\lambda 2_r)}$$

onde: $p = bK^2\lambda r$ e $q = (r_r\lambda - r\lambda_r)\ K$

sendo:

$$COV(Q_r,\ q_i) += \frac{-\lambda_r}{K} o^2 \text{ e} \quad COV(Q_i,\ Q_i) = -\frac{\lambda}{K}\ o^2 \quad p/_i = _{i'}$$

$$V(t_i - t_r) = \frac{K\ \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_r}\right)}{V\lambda + \lambda_r}\ o^2 \text{ e}$$

$$V(t_i - t_{i'}) = \frac{2K}{V\lambda + \lambda_r}\ o^2 \qquad p/_i = _{i'}$$

4. - ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Partindo da $SQR = \mathcal{E}'\mathcal{E}$, obtêm-se as somas de quadrados, que são:

$$SQT_{(aj)} = \sum t_i.Q_i$$

$$SQB = \frac{1}{K} \sum B^2_j - \frac{G^2}{bK}$$

$$SQBxT = \sum \frac{(TB_{ij})^2}{n_{ij}} - \left[\frac{G^2}{bK} + SQT_{(aj)} + SQB \right]$$

$$SQto = \sum X^2_{ij} - \frac{G^2}{bK}$$

$$SQR_{(puro)} = \frac{\Sigma d^2_{ij}}{2} \quad \text{onde } d_{ij} = X_{ij1} - X_{ij2}$$

Sendo o seguinte quadro de análise de variância

C.V.	G.L.
Tratamentos (ajustados)	V
Blocos	b - 1
BxT	V(b - 1)
Resíduo (puro)	b(K - V - 1)
Total	bK - 1

Tendo assim o quadrado médio como a estimativa pura da variância populacional, para as comparações múltiplas, no caso de dois tratamentos $\hat{t}_i$, usa-se o teste t de "Student", enquanto para a comparação com o tratamento comum $\hat{t}_r$, usa-se o teste t de "Dunnett".

5 - CONCLUSÃO

Em delineamentos de blocos incompletos ou blocos completos-incompletos, nem todos os tratamentos estão contidos em cada bloco, daí a recomendação de se usar o tratamento comum.

Pois um dos objetivos do estudo é comparar o tratamento comum com os demais tratamentos, logo se tornam mais eficiente essas comparações com a presença do tratamento comum em cada bloco.

Neste trabalho verificou-se que com a inclusão do tratamento comum o desenvolvimento para a obtenção dos parâmetros para a análise estatística são os mesmos que nos demais delineamentos, sendo que os estimadores dos parâmetros apresentam pouca diferença.

A utilização dos blocos completos-incompletos com tratamento comum, parece apresentar a vantagem de obter as estimativas do resíduo puro separada da interação de tratamento e bloco, isto torna o teste mais eficiente do que em qualquer outro delineamento, onde não se pode obter estimativa do resíduo separada da interação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CORNELL, J. A. & F. W. KNAPP (1972) - Sensory e Volution using complete-incomplete block designs. J. Food Sci. 36(6): 876-882.02 - CORNELL, J.A. & F.W. KNAPP (1974) - Replicated composite complete. incomplete block designs por sensory experiments. J. Food Sci. 39(3): 4503-507.

DUNNETT, C. W. (1964) - Nem tables for multiple comparsions with a control. Biometrics. 20(3): 482 - 491.

GACULA Jr., M.C. (1978) - analysis of incomplete block designs with reference samples in every block, J. Food Sci. 43(5): 1461-1466.

TRAIL, S.M. & D. 1. WEEKS (1973)(- Extended complete block designs generated by BIRD. Biometrics. 29(3): 565-578.

CORNELL, J.A. (1974) - More extended complete block designs with correlated observations. Biometrics. 32:505-518.

DEMÉTRIO, C. G. B. (1977) - TESTE DE DUNNETT. Seminário apresentado no curso de Pós-Graduação de Experimentação Estatística da "ESALQ", Piracicaba - SP, 16 p.

PAVATE, M. V. (1961) - Combined Analysis of Balanced Incomplete Block Designs with Some Common Treatmens. Biometrics 17: 111-119.

PIMENTEL-GOMES, F. & R.F. GUIMARÃES (1958) - Joint Analysis of Experiments in Complete Randomised Blocks with Some Commom Treatmens. Biometrics 14: 521-526.

PIMENTEL-GOMES, F. (1967) - The Solution of normal Equations of Experiments Design Models. Ciência e Cultura 19: 567-573.

PIMENTEL-GOMES, F. (1968) - Thje Solution of Normal Equations of Experiments in Incomplete Blocks. Ciência e Cultura 20: 733-746.