EXPERIMENTO EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS
UMA ABORDAGEM NÃO PARAMÉTRICA

Orlando da Silva*

Resumo

O presente artigo foi desenvolvido com o principal objetivo de apresentar de forma sucinta e bem simples uma análise estatística não paramétrica de um experimento em parcelas subdivididas em blocos casualizados. Por ser n>2, o teste escolhido foi de Friedman. Concluímos que o procedimento proposto leva a resultados satisfatórios, de forma objetiva e clara.

Abstract

The present article was developed aiming to show in a very brief and simple way a statistical analysis not parametric of an experiment in subdivided parcels in casual blocks. To be n>2, the chosen test was Friedman's. It's concluded that the propounded procedure leads to the satisfactories results in an objective and clear way.

Introdução

Não paramétrica é uma das áreas de estatística que muito tem se desenvolvido e à qual se tem dedicado grande esforço de pesquisa.

Na pesquisa diária depara-se com conjuntos de dados provenientes de delineamentos experimentais dos mais simples aos mais complexos e ainda devido à estruturação das respostas (valores observados) muitas vezes não satisfazem necessariamente às pressuposições básicas. Em muitos casos, o problema é parcialmente solucionado, por exemplo, tomando-se alguma transformação conveniente de dados ou ainda descartando-se certas observações extremas. Tais problemas poderiam ser mais facilmente analisados através dos métodos não paramétricos. Os métodos não paramétricos contribuem com uma ferramenta a mais no trato de tais problemas.

A abordagem dos métodos não paramétricos reduz sensivelmente as pressuposições que são necessárias na análise paramétrica.

Quer-se mostrar também que os métodos não paramétricos fornecem alternativas válidas para o caso de se analisarem dados provenientes de experimentos, em parcelas subdivididas em blocos casualizados.

O procedimento adotado é relativamente conhecido e não nos deteremos no desenvolvimento teórico do mesmo, uma vez que o interesse é mostrar a sua aplicabilidade.

Vamo-nos deter apenas no estudo dos efeitos principais e as interações serão analisadas a partir de desdobramentos, dado que o estudo do seu efeito não permite uma generalização simples.

O propósito é atingir algumas áreas de nossa comunidade, mostrando que os métodos não paramétricos são alternativas que, em muitos casos, são estritamente necessárias. Espera-se despertar o

* Mestre em matemática. Docente da UNIPAR

interesse pelo assunto e salientar que, embora o artigo se restrinja apenas ao modelo em parcelas subdivididas, pode-se estender o estudo a outros modelos.

1. Teste de Friedman

Este teste é o análogo não paramétrico do modelo de análise de variância com dois fatores controlados. Ou seja, vamos considerar o modelo estatístico:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij} \qquad i = 1,2, \ldots I \quad j = 1,2, \ldots J$$

onde:

μ é a média geral desconhecida;
t_i é o efeito do i – ésimo tratamento;
b_j é o efeito do j – ésimo bloco;
e_{ij} são erros que consideramos independentes e têm a mesma distribuição contínua.

Queremos testar a hipótese:
$H_O : T_1 = T_2 = \ldots = T_I$ contra
H_a : pelo menos um difere.

Para tal consideremos os dados dispostos como:

	Tratamento				
Blocos	T_1	T_2	T_3	...	T_I
B_1	y_{11}	y_{21}	y_{31}	...	y_{I1}
B_2	y_{12}	y_{22}	y_{32}	...	y_{I2}
.	.	.	.		.
.	.	.	.		.
.	.	.	.		.
B_j	y_{1J}	y_{2J}	y_{3J}	...	y_{IJ}

No modelo considerado, supomos que os efeitos dos tratamentos afetam preponderantemente o nível geral das respostas. Desse modo, exige uma ordenação entre os tratamentos, um tendendo a produzir as menores respostas, outro as próximas menores, etc.

Uma indicação de posição de cada tratamento nesta ordenação é dada pela média de seus postos, nos J diferentes blocos:

$$R_{i\cdot s} = \frac{R_{i1} + R_{i2} + \ldots + R_{iJ}}{J}$$

onde R_{ij} é o posto do i – ésimo tratamento no j – ésimo bloco.

Diferenças entre os efeitos dos tratamentos se refletem entre diferenças entre os $R_{i\cdot s}$. Dessa forma, valores próximos dos $R_{i\cdot s}$ apóiam H_O; valores muito distintos fornecem evidência a favor de H_a.

Uma medida da proximidade entre os valores dos $R_{i\cdot s}$ é a estatística.

$$\chi r^2 = \frac{12 \quad J}{I(I+1)} \sum_{i=1}^{I} [\, Ri. - ½\,(I+1)\,]^2$$

O valor de χr^2 é igual a zero, quando os $R_{i\cdot s}$ são iguais entre si, e é grande, quando existe diferença substancial entre os $R_{i\cdot s}$. Assim sendo, rejeitamos H_O quando:

$$\chi r^2 > C$$

A determinação da constante crítica C é feita a partir da distribuição livre de χr^2, sob a hipótese

H_O. Uma expressão alternativa para χ^2, mais simples para os cálculos, é apresentado em Campos (1983):

$$\chi_r^2 = \frac{12}{JI(I+1)} \sum_{i-1}^{I} R_i^2 - 3J(I+1), \text{ onde } R_i = \sum_{j=1}^{J} R_{ij}$$

2. Aplicação da não paramétrica

Num estudo sobre problemas da desnutrição proteica em ratos durante seus períodos de gestação e aleitamento, trabalhou-se com três grupos distintos:

G1 = NN : Grupo Controle;

G2 = DN : Grupo de mães desnutridas durante a gestação;

G3 = ND : Grupo de mães desnutridas durante o aleitamento;

Para análise da interferência da desnutrição no desenvolvimento da prole, os ratos foram sacrificados após doze dias e a análise histológica concentrou-se apenas no cérebro nas camadas:

C1 = CM : Camada molecular;

C2 = CG : Camada granulosa;

C3 = CGE : Camada granulosa externa;

Os dados constam no quadro abaixo:

Tabela 1 - Medidas da espessuras das camadas do cérebros de ratos numa análise histológica sobre a interferência da desnutrição proteica

Grupos	Camadas	Blocos					
		1°	2°	3°	4°	5°	6°
	C_1	3,89	3,59	3,11	3,18	3,43	3,76
G_1	C_2	9,85	9,67	10,09	11,76	9,33	9,39
	C_3	18,78	13,33	13,68	16,90	16,47	14,83
	C_1	4,03	3,94	3,96	3,73	3,39	3,68
G_2	C_2	8,61	8,42	8,12	7,73	8,73	8,67
	C_3	13,59	12,35	13,99	10,96	12,41	12,62
	C_1	5,55	4,19	3,85	4,28	4,76	3,74
G_3	C_2	6,46	8,01	7,54	6,98	7,36	7,19
	C_3	13,04	13,60	12,96	13,70	13,56	12,52

2.1 Análise não paramétrica

2.1.1 Grupos

Como o experimento é em blocos e se tem 3 Grupos (mais que dois), o teste adequado é o χr^2 de Friedman.

Os dados apropriados para aplicação do teste em questão encontram-se na tabela 2, apresentada na seqüência.

Tabela 2 – Dados para aplicação do Teste de Friedman.

Blocos	Grupos		
	G_1	G_2	G_3
B_1	32,52 (3)	26,23 (2)	25,0 (1)
B_2	26,59 (3)	24,71 (1)	25,8 (2)
B_3	26,88 (3)	26,07 (2)	24,35 (1)
B_4	31,24 (3)	22,42 (1)	24,96 (2)
B_5	29,23 (3)	24,53 (1)	25,68 (2)
B_6	27,98 (3)	24,97 (2)	23,45 (1)
R_1	18	9	9

Calcula-se o teste de Friedman:

$$\chi_r^2 = \frac{12}{6.3.4} \sum R_i^2 - 3.6.4$$

$$\chi_r^2 = \frac{12}{6.3.4} (18^2 + 9^2 + 9^2) - 3.6.4$$

$$\chi^2_r = 9,0$$

Consultando-se a tabela apropriada para 6 blocos e 3 tratamentos, encontra-se um nível de significância de 0,008 o valor $\chi\, r^2 = 9,0$; portanto, conclui-se que existe diferença significativa entre os grupos.

2.1.2 – Camadas

Também aqui o teste apropriado é o χr^2 de Friedman, pois o número de tratamentos é maior que dois. A seguir encontram-se os dados apropriados ao teste

Tabela 3: Dados apropriados ao teste

Grupos	Camadas		
	C_1	C_2	C_3
G_1	3,89 (1)	9,85 (2)	18,78 (3)
	3,59 (1)	9,67 (2)	13,33 (3)
	3,11 (1)	10,09 (2)	13,68 (3)
	3,18 (1)	11,76 (2)	16,30 (3)
	3,43 (1)	9,33 (2)	16,47 (3)
	3,76 (1)	9,39 (2)	14,83 (3)
G_2	4,03 (1)	8,61 (2)	13,59 (3)
	3,94 (!)	8,42 (2)	12,35 (3)
	3,96 (1)	8,12 (2)	13,99 (3)
	3,73 (1)	7,73 (2)	10,96 (3)
	3,39 (1)	8,73 (2)	12,41 (3)
	3,68 (1)	8,67 (2)	12,62 (3)

G_3	5,5 (1)	6,46 (2)	13,04 (3)
	4,19 (1)	8,01 (2)	13,60 (3)
	3,85 (1)	7,54 (2)	12,96 (3)
	4,28 (1)	6,98 (2)	13,70 (3)
	4,76 (1)	7,36 (2)	13,56 (3)
	3,74 (1)	7,19 (2)	12,52 (3)
	R_1 = 18	R_2 = 36	R_3 = 54

Calcula-se:

$$\chi_r^2 = \frac{12}{18.3.4} \cdot (18^2 + 36^2 + 54^2) - 3.18.4$$

$$\chi_r^2 = 36,0$$

Consultando-se uma tabela de χ^2 com 2 G.L conclui-se que ao nível de 0,005 de probabilidade existe diferença entre as camadas.

2.1.3 - Desdobramentos

2.1.3.1 – Camadas dentro de grupos

Aplica-se o teste χr^2 de Friedman, considerando-se por vez apenas as parcelas do grupo enfocado.

Os dados apropriados a cada teste constam da tabela anterior, donde se obtêm os R1 para cada grupo.

Os resultados para desdobramento são apresentados a seguir:

Concluímos que existe diferente significativa entre as camadas dentro de cada grupo.

Desdobramento	Estatística	α
Camadas d. Grupo 1	$\chi_r^2 = 12$	0,002
Camadas d. Grupo 2	$\chi_r^2 = 12$	0,002
Camadas d. Grupo 3	$\chi_r^2 = 12$	0,002

2.1.3.2 – Grupos dentro de camadas

O teste a ser aplicado é o χr^2 de Friedman, considerando-se por vez apenas a camada enfocada.

Os dados apropriados aos testes constam da tabela seguinte:

Tabela 4 – Dados para aplicação do Teste de Friedman:

Camadas	Grupos		
	G_1	G_2	G_3
C_1	3,89 (1)	4,03 (2)	5,50 (3)
	3,59 (1)	3,94 (2)	4,19 (3)
	3,11 (1)	3,96 (3)	3,85 (2)
	3,18 (1)	3,73 (2)	4,28 (3)
	3,43 (2)	3,39 (1)	4,76 (3)
	3,76 (3)	3,68 (1)	3,74 (2)
R_1	9	11	16
C_2	9,85 (2)	8,61 (2)	6,46 (1)
	9,67 (2)	8,42 (2)	8,01 (1)
	10,09 (2)	8,12 (2)	7,54 (1)
	11,76 (2)	7,73 (2)	6,98 (1)
	9,33 (2)	8,73 (2)	7,36 (1)
	9,39 (2)	8,67 (2)	7,19 (1)
R_2	18	12	6
C_3	18,78 (3)	13,59 (2)	13,04 (1)
	13,33 (2)	12,35 (1)	13,60 (3)
	13,68 (2)	13,99 (3)	12,96 (1)
	16,30 (3)	10,96 (1)	13,70 (2)
	16,47 (3)	12,41 (1)	13,56 (2)
	14,83 (3)	12,62 (2)	12,52 (1)
R_3	16	10	10

Os resultados obtidos para os desdobramentos são:

Desdobramento	Estatística	α	
Grupos d. C_1	$\chi_r^2 = 4,33$	N.S	0,10
Grupos d. C_2	$\chi_r^2 = 12,0$	*	0,005
Grupos d. C_3	$\chi_r^2 = 4,0$	N.S ..	$0,10 < \alpha < 0,25$

Portanto, conclui-se que apenas dentro da Camada 2 existe diferença entre os grupos.

Conclusão

Como foi afirmado no início, há muitos problemas do dia-a-dia que podem ser facilmente analisados através de métodos não paramétricos. No caso em questão, após ter sido feita a aplicação do teste de Friedman, foi possível obter-se os resultados que são apresentados na tabela que vem logo a seguir:

Tabela 5 – Análise Não Paramétrica de um experimento em parcelas subdivididas, com dados referentes a medidas das espessuras das camadas cerebrais de ratos, em:

Componentes	Estatística de Friedman	Resultado α	
Grupo	$\chi_r^2 = 9,0$	$\alpha < 0,005$	S
Camadas	$\chi_r^2 = 36,0$	$\alpha < 0,005$	S
Camadas d. G_1	$\chi_r^2 = 12,0$	$\alpha < 0,002$	S
Camadas d. G_2	$\chi_r^2 = 12,0$	$\alpha < 0,002$	S
Camadas d. G_3	$\chi_r^2 = 12,0$	$\alpha < 0,002$	S
Grupo d. C_1	$\chi_r^2 = 4,33$	$\alpha < 0,142$	N-S
Grupo d. C_2	$\chi_r^2 = 12$	$\alpha < 0,002$	S
Grupo d. C_3	$\chi_r^2 = 4$	$\alpha < 0,002$	S

Nota-se que a tabela apresenta uma diferença significativa em todos componentes, exceto no Grupo d.C1, ou seja, os grupos não apresentam diferença entre si, quando analisados dentro da Camada 1.

É de se notar a maior simplicidade na estruturação das análises não paramétricas e sua menor exigência quanto ao modelo matemático.

A versatilidade maior da análise não-paramétrica se evidencia no ensaio considerado.

Cumpre observar que, na estrutura não-paramétrica, dever-se-ia, com maior rigor, empregar as versões multivariadas do teste de Friedman. Entretanto, com os desdobramentos das interações, a versão univariada torna-se perfeitamente cabível.

A mesma estrutura proposta se estende facilmente aos casos de ensaios fatoriais, desde que se considerem os desdobramentos das interações, o que torna a metodologia em questão bem geral e de grande versatilidade.

Bibliografia

01. ANSARI, A. R. & BRADLEY, R. A. **Rank-sun testes of dispersions**. Ann. Math. Statist. 31,1174-1189, 1960.

02. CAMPOS, H. **Estatística experimental não-paramétrica**. 4. ed. Piracicaba: Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ-USP, 1983, 343.

03. CAMPOS, H. **Estatística aplicada à experimentação com cana de açúcar**. São Paulo: Fealq, 1984.

04. HOLLANDER, M. & WOLPE, D. A. **Nonparametric statistical methods**. Nova York: John Wiley & Sons, 1973, 503.

05. NEGRILLO, B. G. **Métodos não-paramétricos uni e multivariados**. São Paulo: Fealq, 1985.

06. PIMENTEL GOMES, F. **Curso de Estatística Experimental**. 8. ed. Piracicaba: E.S.A. "Luiz de Queiroz", 1978.

07. WILCOXON, F. **Probability table for individual comparisons by ranking methods, Biometrics**. 3, 119-122, 1947.