

MÉTODO NUMÉRICO COMPUTACIONAL APLICADO A UM PROBLEMA DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Cláudia Cristina Pereira Moser *

Resumo

Este artigo apresenta um estudo sobre a aplicação de um método numérico na solução de um problema na área da engenharia elétrica. A abordagem numérica implementada, que utiliza como ferramenta o Método de Newton-Raphson, procura evitar o problema do mau condicionamento da matriz envolvida no cálculo do máximo carregamento a que um sistema de energia elétrica pode ser submetido, sem que ocorram problemas de ordem técnica. No ponto de máxima demanda, a matriz jacobiana tende à singularidade, não sendo possível obter a solução do sistema de equações do problema. A característica principal deste método é que ele permanece bem condicionado até no ponto de máxima demanda.

PALAVRAS-CHAVE: Método numérico, engenharia elétrica, energia elétrica

Abstract

This article presents a study about the application of a numerical method in solution of a problem in the electrical engineering area. The used numeric approach, that uses as tool the Method of Newton-Raphson, tries to avoid the problem of badly

conditioning of the matrix involved in the calculation of the maximum load that a system of electric energy can be submitted, without happening problems of technical order. In the point of maximum demand, the Jacobian matrix tends to singularity, not being possible to obtain the solution of the equation system of the problem. The principal characteristic of this method is that it remains well-conditioned even in the point of maximum demand.

KEYWORDS: Numeral method, electrical engineering area, electric energy

Introdução

Durante as últimas décadas, o aumento no consumo de energia elétrica a níveis cada vez maiores têm levado as autoridades nesta área a uma preocupação crescente com a segurança e a qualidade de serviço dos sistemas de energia elétrica. Atualmente, no que diz respeito à capacidade dos equipamentos, os sistemas de energia elétrica tendem a operar próximos de seus limites máximos. A capacidade total instalada no país é de 57,5 mil Megawatts (MW), para um consumo de 55 mil MW. Nas horas de pico, aproxima-se perigosamente do limite disponível. E o problema cresce de importância, porque o consumo tem aumentado a taxas superiores às de investimentos feitos pelo governo. Houve casos em que o aumento

* Docente da UNIPAR. Mestre em Engenharia Elétrica.

da demanda foi tão elevado que provocou o aparecimento de um fenômeno chamado “blecaute”, ou mais popularmente conhecido como “apagão”. Isto sem levar em conta as possíveis contingências, como aquela ocorrida em outubro de 1997, quando 10 torres de transmissão de Itaipu se danificaram no interior paranaense, exigindo racionamento no consumo em todo o Centro-Sul. Independente de acidentes eventuais, a crise energética está às portas.

Com o aumento das restrições na construção de novos sistemas de energia elétrica (restrições financeiras, restrições ambientais, restrições tempo hábil, etc.), a despeito do contínuo aumento no consumo, torna-se necessário conhecer com maior precisão o limite máximo de carregamento dos sistemas de energia elétrica e determinar, a partir dessas informações, os ajustes requeridos para estabelecer ou manter uma condição de funcionamento normal.

Para se determinar quão próximo o sistema de energia elétrica está do máximo carregamento, é necessário executar um programa de cálculo de fluxo de carga, para o qual neste estudo será utilizado o Método de Newton-Raphson devido às suas boas características de convergência e de baixo tempo computacional requerido, se comparado a outros métodos. O problema é que, quando os sistemas operam em condições de máximo carregamento, em termos de demanda, a matriz jacobiana utilizada para o cálculo do fluxo de carga torna-se singular.

Sob certas condições, as equações de fluxo de potência podem ser usadas para modelar o sistema de potência nos estudos de máxima demanda. Como essas equações são relativamente simples, a sua manipulação é muitas vezes preferida, devido ao menor tempo computacional em geral associado aos processos de cálculo numérico. Os métodos utilizados para calcular a condição de máxima demanda, basicamente, procuram verificar até que ponto o conjunto de equações algébricas, que descreve o fluxo de potência elétrica através das linhas de transmissão, possui solução. Haverá solução, enquanto a matriz jacobiana do fluxo de potência, obtida através do

Método de Newton-Raphson, não for singular. Quando deixar de ser, supõe-se que a condição de máximo carregamento foi obtida.

As abordagens baseadas nos métodos da continuação visam calcular uma seqüência de soluções do sistema de equações algébricas desde um ponto inicial (correspondente a um especificado nível de demanda) até um ponto crítico (correspondente ao máximo carregamento do sistema em termos de demanda), a partir do qual esse sistema de equações é de difícil solução devido ao fato de a matriz jacobiana tender à singularidade nesse ponto. Basicamente a demanda do sistema é parametrizada, o que constitui a principal modificação nas equações de balanço de potência do sistema. O Método da Continuação gera uma sucessão de soluções, variando automaticamente o parâmetro de carga, até que o ponto de máximo carregamento é encontrado.

Nas próximas seções, cada etapa do método da continuação é descrita e resultados numéricos serão apresentados para demonstrar a utilidade desta técnica em estudos de problemas de máximo carregamento de sistemas elétricos.

1. Reformulação das Equações de Fluxo de Carga

O objetivo do uso desta técnica é melhorar o condicionamento numérico da matriz jacobiana através da reformulação do conjunto de equações de fluxo de potência. As equações do fluxo de potência são reformuladas para incluir um parâmetro de carga λ , definido sob a condição

$$0 \leq \lambda \leq \lambda_{\text{crítico}}$$

onde $\lambda = 0$ corresponde ao caso base e $\lambda = \lambda_{\text{crítico}}$ à carga crítica.

Esta inclusão, como se verá, resulta nas equações de fluxo de potência modificadas expressas como

$$(P_j^g + \lambda \Delta P_j^g) - (P_j^d + \lambda \Delta P_j^d) - P_j(y) = 0$$

para as barras PV e PQ

$$Q_j^g - (Q_j^d + Q_j^c) - Q_j(y) = 0$$

para as barras PQ

onde:

P_j^g e Q_j^g denotam as gerações de potência ativa e reativa especificadas na barra j ;

P_j^d e Q_j^d são as demandas de potência ativa e reativa especificadas na barra j para o caso base;

ΔP_j^g , ΔP_j^d e ΔQ_j^d representam os incrementos de geração de potência ativa, e demandas de potência ativa e reativa, respectivamente, todos na barra j ; e y é o vetor de variáveis de estado do sistema (ângulo das tensões nas barras PV e PQ e a magnitude das tensões nas barras PQ).

As barras PV são aquelas em que há geração de energia elétrica e as PQ são aquelas em que há apenas uma carga.

2. Aplicação do Método da Continuação

Agora que as equações de fluxo de carga foram reformuladas para conter o parâmetro de carga λ , o próximo passo é aplicar o método da continuação. Se f é usado para denotar o conjunto de equações, o problema pode ser expresso como:

$$f(y, \lambda) = 0$$

O vetor y é expresso como $y = [\delta, V]^T$, onde representa o vetor ângulo das tensões nas barras e V representa o vetor magnitude das tensões nas barras. Em geral, a dimensão de f será $2n_{pq} + n_{pv}$, onde n_{pq} e n_{pv} são os números de barras PQ e PV, respectivamente.

O processo iterativo é iniciado obtendo-se uma solução para um caso base do fluxo de carga, utilizando o Método de Newton-Raphson. Para se determinar a solução subsequente, correspondente a outro nível de

carga, utiliza-se o esquema preditor-corretor.

Para aplicar o Método da Continuação, assume-se que, pelo menos, uma solução para o conjunto de equações possa ser obtida de forma trivial. Seja essa a primeira solução da trajetória a ser determinada, denotada por (y^i, λ^i) . O objetivo da "continuação" é rastrear a trajetória $y(\lambda)$ desde a solução inicial considerada até um ponto limite. Assim, de forma genérica, no j -ésimo passo desse método parte-se de uma solução (y^j, λ^j) da equação desde a solução inicial considerada até um ponto limite. Assim, de forma genérica, no j -ésimo passo desse método parte-se de uma solução (y^j, λ^j) da equação (y^{j+1}, λ^{j+1}) para um novo valor de λ , denotado λ^{j+1} .

$$(y^j, \lambda^j) \rightarrow (y^{j+1}, \lambda^{j+1}).$$

O procedimento para a obtenção da nova solução, correspondente ao passo $j+1$, a partir da solução relativa ao passo j , pode ser dividido em duas etapas básicas, chamadas predição e correção. Tal procedimento é sintetizado como:

$$(y^j, \lambda^j) \xrightarrow{\text{predição}} (\bar{y}^{j+1}, \bar{\lambda}^{j+1}) \xrightarrow{\text{correção}} (y^{j+1}, \lambda^{j+1})$$

A Figura 1 apresenta a ilustração gráfica do procedimento baseado nas etapas de predição e correção. No ponto (y^j, λ^j) é feita uma linearização de f , a partir da qual é estimada a solução $(\bar{y}^{j+1}, \bar{\lambda}^{j+1})$. A forma de predição mostrada nessa figura é baseada no vetor tangente à curva no ponto onde é feita a linearização. O ponto estimado nessa direção, denominado "predito", não é uma solução de $f(y, \lambda) = 0$, constituindo apenas uma aproximação da solução. A distância entre as soluções exata inicial (y^j, λ^j) e estimada ou predita $(\bar{y}^{j+1}, \bar{\lambda}^{j+1})$ é chamada *comprimento*, *magnitude* ou *tamanho do passo*. A facilidade com que a nova solução exata é determinada depende dessa distância. Ou seja, quanto maior for a magnitude do passo, mais distantes se situarão as soluções corrigida (exata) e predita (aproximada). A predição permite gerar um ponto inicial a ser utilizado na etapa subsequente, denominada etapa

de correção, onde então é determinada a solução exata do conjunto de equações, dentro de uma tolerância pré-especificada.

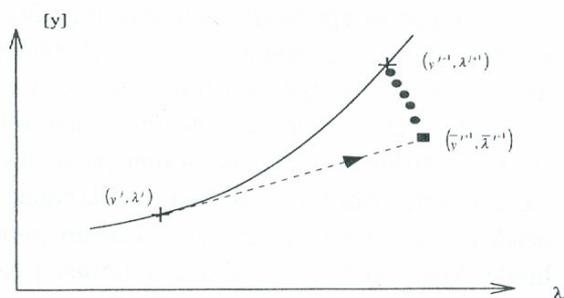


Figura 1 – Esquema Predictor-Corretor

A obtenção da solução corrigida pode ser interpretada como a solução convencional das equações não lineares, correspondente a um novo valor do parâmetro λ . Isto é, corrigir a solução aproximada significa determinar um ponto no lugar geométrico das soluções exatas de $f(y, \lambda)$, ou ainda, retornar à curva de soluções, partindo do ponto obtido na etapa de predição. A trajetória da solução predita à solução corrigida depende de como o sistema de equações não lineares é resolvido a partir de $(\bar{y}^{j+1}, \bar{\lambda}^{j+1})$. Como se trata de um sistema com um número de incógnitas maior do que o de equações (subdeterminado), tem-se a liberdade de arbitrar a direção da correção, através da inclusão de uma equação adicional relacionando y e λ .

3. Predição

Uma vez determinada a solução base (y_0, λ) de $f(y, \lambda) = 0$ calcula-se uma seqüência de soluções, (y_1, λ_1) , (y_2, λ_2) , até se atingir o ponto crítico ou de máxima demanda. A predição da próxima solução é feita selecionando a magnitude do incremento das variáveis numa direção pré-definida. Neste estudo, utiliza-se a direção apontada pelo vetor tangente, pois esta é calculada de forma simples e fornece uma boa aproximação linear para os incrementos nas variáveis.

Substituindo-se $y = [\delta, V]^T$ na equação

anterior e derivando-se a expressão resultante, obtém-se

$$df = \frac{\partial f}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial f}{\partial V} dV + \frac{\partial f}{\partial \lambda} d\lambda = 0$$

ou na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \delta} & \frac{\partial f}{\partial V} & \frac{\partial f}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\delta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} = 0$$

A matriz do lado esquerdo da equação é a matriz jacobiana do fluxo de carga convencional, aumentada por uma coluna $(\partial f / \partial \lambda)$. Uma variável adicional foi incluída nas equações do fluxo de potência convencional, porém o número de equações permaneceu o mesmo. Para se obter uma única solução para este sistema, uma equação adicional é necessária. Segundo o esquema de parametrização local, esta equação é expressa analiticamente especificando-se um valor não nulo para um dos componentes do vetor tangente, ou seja,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \delta} & \frac{\partial f}{\partial V} & \frac{\partial f}{\partial \lambda} \\ e_k \end{bmatrix} [dz] = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix}$$

onde e_k é um vetor linha com todos os elementos iguais a zero, exceto o elemento da posição k , o qual é unitário; e dz é o vetor tangente. A escolha adequada do índice k melhora o condicionamento numérico da matriz jacobiana no ponto crítico. O uso do sinal ± 1 depende da evolução da variável k no processo. Se a magnitude dessa variável estiver crescendo, $+1$ deverá ser usado, e se estiver decrescendo, -1 deverá ser usado.

A estratégia utilizada para a escolha do índice k é a seguinte: a variável de estado de maior magnitude no vetor tangente corresponderá ao parâmetro da continuação. Inicialmente o parâmetro de carga λ é escolhido, sendo essa escolha reavaliada em cada passo. Analiticamente este artifício é expresso como

$$k : z_k = \max \{ |dz_1|, |dz_2|, \dots, |dz_m| \}$$

onde dz é o vetor tangente com a dimensão de $m = 2n_{pq} + n_{pv} + 1$ e o índice k corresponde ao componente do vetor tangente que é máximo em magnitude.

A análise dos componentes do vetor tangente de predição permite identificar as áreas críticas, e estabelecer índices que permitem detectar a proximidade ao ponto crítico. Os elementos do vetor tangente são relações de sensibilidade, indicando como se modificam as variáveis de estado do sistema em função das modificações no nível de carregamento.

Uma vez calculado o vetor tangente, a solução predita é definida da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \delta^* \\ \mathbf{V}^* \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \\ \mathbf{V} \\ \lambda \end{bmatrix} + \sigma [dz]$$

onde “*” indica a solução predita, σ é o escalar denominado *fator de passo*. O fator de passo deve ser escolhido de forma que a solução predita esteja situada no raio de convergência do corretor. A questão sobre a magnitude desse fator a ser especificada está relacionada tanto à rapidez com que se atinge o ponto crítico quanto à confiabilidade da convergência do processo iterativo na etapa de correção. Fatores de passo, reduzidos demais, não são interessantes, devido ao tempo gasto no cálculo da trajetória das soluções de fluxo de carga, e valores elevados podem dificultar a convergência do corretor, podendo causar até mesmo problemas de divergência.

4. Correção

Após a etapa de predição, a correção da solução aproximada é necessária. Para tal finalidade, é necessária uma reformulação das equações não lineares. Conforme mencionado anteriormente, a reformulação utilizada consiste na parametrização local das equações.

Assim, a parametrização é feita da seguinte forma: o conjunto de equações é aumentado de uma equação, a qual especifica o valor de uma das variáveis dependentes (no caso, δ , \mathbf{V} ou λ). Analiticamente isto pode ser expresso como

$$z = \begin{bmatrix} \delta \\ \mathbf{V} \\ \lambda \end{bmatrix} \quad z \in \mathcal{R}^m \quad \text{e} \quad z_k = \eta$$

onde η é o valor especificado para o k -ésimo elemento de z . O conjunto de equações não lineares a ser resolvido na etapa de correção será portanto

$$\begin{bmatrix} f(z) \\ z_k - \eta \end{bmatrix} = [0]$$

Após a reformulação do sistema de equações não lineares, o método de Newton-Raphson pode ser usado para se obter a solução desse conjunto de equações. O índice k , da variável cujo valor é especificado na fase de correção, é o mesmo usado na etapa de predição e, portanto, a magnitude de η será igual a z_k^* , o valor predito de z_k . A variável de estado z_k é chamada *parâmetro da continuação*.

Resumindo: no preditor, o parâmetro da continuação é ajustado para ter uma variação incremental não-nula (componente do vetor tangente igual a ± 1), e no corretor esse valor é especificado igual a η de modo que os valores das outras variáveis de estado possam ser encontrados.

Como critério de parada para o método, utiliza-se o sinal do componente $d\lambda$ do vetor tangente. Este componente é nulo no ponto crítico e é negativo além do ponto crítico. Assim, a verificação do sinal do componente $d\lambda$ do vetor tangente na etapa de predição revelará, se o ponto crítico foi ultrapassado ou não.

5. Resultados Numéricos

O Método da Continuação, descrito neste

artigo, foi desenvolvido em Fortran PowerStation 4.0 (com dupla precisão) e testado num sistema elétrico fictício, contendo 14 barras de geração e carga.

Inicialmente executou-se um fluxo de carga convencional utilizando o Método de Newton-Raphson, para uma demanda do sistema elétrico considerada baixa. Após, executou-se o mesmo fluxo de carga para uma demanda elevada em 100%, com relação à carga baixa, sendo que, nesse caso, o programa não obteve convergência, fato esse esperado, devido ao problema de singularidade da matriz jacobiana nessas condições, como já mencionado anteriormente.

Passou-se, então a testar o Método da Continuação.

Existem várias formas de se analisar o comportamento de sistemas elétricos para estudos de

máximo carregamento utilizando-se o Método da Continuação. Neste estudo em especial, optou-se por considerar uma sobrecarga uniforme em todo o sistema, ou seja, a demanda em todas as barras aumenta linearmente e na mesma proporção.

Para as condições acima descritas, o resultado obtido foi o seguinte: com relação à demanda inicial, carga baixa, o Método da Continuação conseguiu sobrecarregar o sistema elétrico em 260%, ver Tabela 1. O que, se comparado ao fluxo de carga convencional, é um resultado excelente, pois o mesmo, com carregamento de 100%, não obteve resultado, devido ao mau condicionamento do sistema de equações envolvido no cálculo.

Método	Carga baixa	Aumento de 100%	Aumento de 260%
Fluxo de carga convencional	Convergiu	Não convergiu	Não convergiu
Método da Continuação	Convergiu	Convergiu	Convergiu

Tabela 1 – Resultados dos Testes Numéricos

Desde que as informações obtidas (geração, demanda e perfis de tensão nas barras, fluxo nas linhas de transmissão etc.) sejam importantes para que as autoridades nessa área possam tomar providências quanto a situações de risco para o sistema elétrico, tais como o “blecaute” e os locais mais críticos para essa ocorrência, esse resultado nos permite verificar sua importância num contexto real onde situações de emergência devem ser evitadas a todo custo.

Conclusão

Do estudo realizado neste artigo, sobre a aplicação de um método numérico computacional, Método da Continuação, para a determinação da máxima demanda de um sistema de energia elétrica, problema da área de Engenharia Elétrica, as seguintes conclusões podem ser estabelecidas:

- a utilização de técnicas numéricas permitiu o cálculo

do fluxo de carga, em condições críticas com relação à demanda exigida que, em um fluxo de carga convencional, não seria possível devido à singularidade da matriz jacobiana neste ponto;

- além da possibilidade de solução para esse problema, o método permite obter soluções intermediárias antes de atingir o ponto de máxima demanda, fornecendo informações úteis (limite máximo de equipamentos, sobrecarga em linhas de transmissão, etc.) para segurança de sistemas elétricos;
- essa ferramenta numérica não exige grande esforço computacional, embora algumas vezes sejam necessárias muitas iterações para obter-se a convergência. Esse problema, como citado no artigo, depende da escolha de um adequado tamanho de passo, que é fácil quando se conhece o sistema elétrico em estudo.

Bibliografia

01. AJJARAPU, V.; Christy, C.; **The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Stability Analysis**. IEEE Transactions On Power Apparatus and Systems, vol. 7, February 1992: 416-423.
02. CAÑIZARES, C.A.; Souza, A.C.Z.; Quintana, V.H.; **Improving Continuation Methods for Tracing Bifurcation Diagrams in Power Systems**. Proceeding Bulk Power System Voltage Phenomena – III Seminar, Davos, Switzerland, August 1994: 349-358.
03. GALIANA, F.D.; Zeng, Z.C.; **Analysis of the Load Flow Behaviour Near a Jacobian Singularity**. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, n°.3, August 1992: 1362-1369.
04. MONTICELLI, A.; **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1993.
05. PAI, M.A.; O'Grady, M.G.; **Voltage Collapse Analysis with Reactive Generation and Voltage Dependent Load Constraints**. Electric Machines and Power Systems, vol.17, 1989: 379-390.
06. PEREIRA, Cláudia Cristina. **Um Estudo do Método da Continuação Aplicado à Análise do Máximo Carregamento dos Sistemas de Potência**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica. Florianópolis: UFSC, 1998: 157.
07. Seydel, R.; **Practical Bifurcation and Stability Analysis – From Equilibrium to Chaos**. New York: Springer-Verlag, 1988.
08. STAGG, G.W. & El-Abiad, A.H.; **Computer Methods in Power System Analysis**. New York: McGraw-Hill, 1979.
09. STEVENSON, W.D.; **Elementos de Análise de Sistemas de Potência**. 2. ed, São Paulo: McGraw-Hill, 1986.