

UM MODELO ALTERNATIVO PARA PREDIÇÃO DA PROBABILIDADE DE PREENHEZ EM FUNÇÃO DO PESO NO INÍCIO DO ACASALAMENTO

Hélio Radke Bittencourt
Carlos Gottschall
Marilaine De Fraga Sant'Ana

BITTENCOURT¹, H.R.; GOTTSCHALL², C.; SANT'ANA³, M.F. An alternative model to predict the pregnancy rate according to the weight at the beginning of mating. *Arq. ciên. vet. zool. UNIPAR*, 8(2): p.99-104, 2005

RESUMO: O primeiro acasalamento de novilhas aos 14-15 meses de idade tem melhorado a eficiência produtiva de propriedades rurais. Tal estratégia exige que a alimentação seja adequada, permitindo maior ganho de peso em menor tempo. Vários autores têm relacionado o peso das novilhas ao acasalamento com a ocorrência de prenhez, apontando para a existência de associação entre elas. Neste estudo, é apresentada a proposta de um modelo quadrático para predição da probabilidade de prenhez em função do peso ao acasalamento. Os aspectos teóricos da técnica são apresentados, e os resultados são testados numa amostra de 755 animais. A técnica permite a determinação de um peso ótimo que maximiza a probabilidade de prenhez, o que não era possível em modelos tradicionais, como o de regressão logística. Os resultados indicaram que 73,6% das variações na probabilidade de prenhez puderam ser explicadas pela variável peso ao acasalamento, sendo que o peso ótimo ocorreu em 338,8kg.

PALAVRAS-CHAVE: Prenhez, peso ao acasalamento, modelagem

AN ALTERNATIVE MODEL TO PREDICT THE PREGNANCY RATE ACCORDING TO THE WEIGHT AT THE BEGINNING OF MATING

BITTENCOURT¹, H.R.; GOTTSCHALL², C.; SANT'ANA³, M.F. An alternative model to predict the pregnancy rate according to the weight at the beginning of mating. *Arq. ciên. vet. zool. UNIPAR*, 8(2): p.99-104, 2005

ABSTRACT: The first heifers mating at 14-15 months old have improved the productive efficiency of rural properties. Such strategy demands that the feeding be appropriate, allowing larger weight gain in shorter time. Several authors have related the weight at beginning to the breeding season with the pregnancy occurrence, pointing for a possible correlation between them. This study presents one type of quadratic model to predict the pregnancy probability according to the weight at mating. The theoretical aspects of the technique are presented and the results are tested in a group of 755 animals. The technique allows the determination of an optimal weight that maximizes the pregnancy rate, which was not possible in traditional models such as logistic regression. The results indicated that 73.6% of the variations in the pregnancy probability could be explained by the variable weight at mating, and the optimum weight was 338.8 kg.

KEY-WORDS: Pregnancy, weight at mating season, modeling

UN MODELO ALTERNATIVO PARA LA PREDICCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE PREÑEZ EN FUNCIÓN DEL PESO AL INICIO DEL ACOPLAMIENTO

BITTENCOURT¹, H.R.; GOTTSCHALL², C.; SANT'ANA³, M.F. Un modelo alternativo para la predicción de la probabilidad de preñez en función del peso al inicio del acoplamiento. *Arq. ciên. vet. zool. UNIPAR*, 8(2): p.99-104, 2005

RESUMEN: Se ha identificado que cuando el primer acoplamiento de novillas ocurre – entre 14 y 15 meses de edad – la eficiencia productiva mejora. Tal estrategia exige que la alimentación sea adecuada, permitiendo mayor ganancia de peso en menor tiempo. Varios autores han relacionado el peso de las novillas al acoplamiento con la ocurrencia de preñez, apuntando para la existencia de asociación entre ellas. Este estudio presenta una propuesta de un modelo cuadrático para la predicción de la probabilidad de preñez en función del peso en el inicio del acoplamiento. La técnica permite la determinación de un peso óptimo que maximiza la probabilidad de preñez. Esto no era posible con la utilización de modelos tradicionales como la regresión logística, por ejemplo. Los supuestos teóricos de la técnica soportan el contraste de los resultados de la investigación, que ha utilizado una muestra de 755 animales. Los resultados indican que 73,6% de las variaciones en la probabilidad de preñez pudieron ser explicadas por el variable peso al acoplamiento, siendo que el peso óptimo ocurrió en 338,8kg.

PALABRAS-CLAVE: Preñez, peso al acoplamiento, modelamiento

¹Estatístico, Mestre em Sensoriamento Remoto. Professor Assistente do Departamento de Estatística da PUCRS. Professor Adjunto da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Av. Farroupilha, 8001, Bairro São Luís - CEP 92420-280 Canoas, RS, Brasil E-mail: heliorb@brturbo.com.br

²Médico Veterinário, Mestre em Zootecnia. Professor Adjunto do Curso de Veterinária da ULBRA.

³Matemática, Doutora em Matemática Aplicada. Professora Adjunta do Curso de Matemática da ULBRA.

Introdução

A pecuária de corte, no estado do Rio Grande do Sul, na maioria dos sistemas de produção, caracteriza-se pela forma extensiva de exploração. Novilhas normalmente são acasaladas pela primeira vez entre 2 e 3 anos de idade (BARCELLOS *et al.*, 2003). A redução da idade ao primeiro acasalamento das novilhas para 14-15 meses melhora a eficiência produtiva (MORRIS, 1980; HOLMES, 1989). Segundo Beretta *et al.* (2001), a redução da idade ao primeiro acasalamento e abate resultam em aumento da eficiência biológica dos rebanhos de bovinos de corte.

A menor idade ao primeiro acasalamento exige estratégias alimentares, que permitam maior ganho de peso em menor tempo. De um modo geral, a novilha estará apta para o acasalamento, quando alcançar cerca de 60 a 65% do peso vivo de uma vaca adulta (PATTERSON *et al.*, 1992).

Vários trabalhos têm sido conduzidos com o acasalamento de novilhas aos 14-15 meses (ROCHA & LOBATO, 2002; AZAMBUJA, 2003; GOTTSCHALL *et al.*, 2003; SILVA, 2003). Nesses trabalhos, as taxas de prenhez variaram consideravelmente entre si, estando relacionadas aos pesos ao início do acasalamento. Um modelo satisfatório para predição da prenhez em função do peso ao acasalamento para novilhas aos 18 meses de idade foi apresentado por SILVA (2003), entretanto, em nenhum desses estudos o aspecto metodológico do processo de modelagem foi explorado.

Uma proposta de modelagem natural seria a Regressão Logística, capaz de estimar a relação entre uma simples variável dependente binária a partir de um conjunto de variáveis quantitativas e/ou qualitativas. Uma vez observada a inadequabilidade do modelo citado, partiu-se para a obtenção de um novo modelo, baseado em Regressão Quadrática Ponderada.

O objetivo deste trabalho é propor de forma didática uma alternativa para predição da probabilidade de prenhez a partir do peso no início da estação de acasalamento de novilhas com 14-15 meses de idade.

Métodos

Dados de 775 novilhas com base racial britânica e cruzas, acasaladas aos 14-15 meses de idade, foram coletados durante os anos de 1998 a 2003. Os animais foram submetidos ao manejo nutricional e sanitário padrão da propriedade. No início da estação de acasalamento de 19/11 a 19/01, a cada ano, as novilhas eram pesadas individualmente. O diagnóstico de gestação por palpação retal para obtenção dos índices de prenhez foi realizado anualmente 60 dias após o término da estação de acasalamento, obtendo, desta forma, os dados de peso no início da estação de acasalamento e taxa de prenhez.

A partir desses dados foi possível criar um modelo estatístico relacionando peso no início da estação de acasalamento e taxas de prenhez. O modelo de regressão logística tradicional pode ser utilizado para modelagem desse fenômeno, entretanto mostrou-se menos adequado do que o modelo quadrático proposto neste trabalho. Os dois modelos são descritos no tópico subsequente.

Modelo de Regressão Logística e Proposta Alternativa

De acordo com HOSMER & LEMESHOW (2000) a Regressão Logística, em sua forma tradicional, consiste de um modelo que relaciona um conjunto de p variáveis independentes X_1, X_2, \dots, X_p a uma variável dependente Y binária. O modelo logístico permite a estimação direta da probabilidade de ocorrência de um evento ($Y=1$):

$$P(Y=1) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p)}$$

e, conseqüentemente, a probabilidade de não-ocorrência ($Y=0$) é dada por:

$$P(Y=0) = 1 - P(Y=1) = \frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p)}$$

em que β_i são os parâmetros do modelo, estimados pelo método de máxima verossimilhança. Detalhes do procedimento de estimação podem ser encontrados em BITTENCOURT (2003).

A transformação que está por trás do modelo logístico é a chamada transformação *logit*, denotada por $g(x)$. É uma função linear nos parâmetros β , contínua e que pode variar de $-\infty$ a $+\infty$:

$$\text{logit}(x) = g(x) = \ln \left[\frac{P(Y=1)}{1 - P(Y=1)} \right] = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p$$

A Figura 1 apresenta a função logística com o seu característico formato de "S". A função logística não apresenta um ponto de máximo, sendo, então, impossível determinar um valor de X em que a probabilidade de ocorrência do evento $P(Y=1)$ seja máxima. Logo, esse modelo se torna inadequado para estimar o ponto ótimo de prenhez em função do peso das novilhas ao acasalamento.

A proposta alternativa deste estudo consiste na criação de um modelo quadrático para predição da taxa de prenhez, estimada a partir do conhecimento da proporção de fêmeas prenhas por faixas de peso. A variável peso ao acasalamento, teoricamente classificada como quantitativa contínua, é categorizada em faixas onde a taxa de prenhez é conhecida. Essa classificação implicará em perda de informação, entretanto é o preço que deverá ser pago para tornar exequível a construção do modelo. A Tabela 1 mostra um exemplo dos dados de entrada para esse processo de modelagem.

Sabe-se que o peso ao acasalamento apresenta um comportamento aproximadamente normal. Tal conhecimento faz com que surjam faixas de pesos com um número reduzido de animais e, portanto, as estimativas para a proporção de prenhez ficam prejudicadas. A Figura 2 apresenta um exemplo da distribuição de peso, ressaltando as regiões de alta e baixa concentração de animais.

A dificuldade de estimação da taxa de prenhez nas faixas de peso extremas fez com que surgisse a idéia de ponderar as taxas de prenhez das classes pelo número de animais pertencentes a cada faixa. O ponto de partida do processo de modelagem foi o seguinte modelo quadrático:

$$y_i = a + bx_i + cx_i^2 + e_i$$

em que:

y_i é a taxa de prenhez na faixa de peso i ;

x_i é o peso médio na faixa de peso i ;

e_i é o termo do modelo que corresponde ao componente aleatório (erro ou resíduo);

a, b, c são os parâmetros do modelo quadrático.

A opção por esse modelo está na sua forma parabólica, a qual permite a obtenção de um ponto de máximo (ou de mínimo). O processo utilizado para estimação dos parâmetros é o método dos mínimos quadrados, em que o resíduo e_i é escrito como a diferença entre o valores observado y_i e \hat{y}_i estimado. Portanto temos que:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

e, conseqüentemente,

$$\hat{y}_i = a + bx_i + cx_i^2$$

Para introduzir um termo que indicasse a ponderação de cada faixa de peso no modelo, cada par ordenado (x_i, y_i) recebeu uma ponderação n_i . Assim sendo, a equação dos

erros quadráticos fica com a seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^k e_i^2 n_i = \sum_{i=1}^k (y_i - \hat{y}_i)^2 n_i = \sum_{i=1}^k (y_i - a - bx_i - cx_i^2)^2 n_i$$

Os estimadores são, portanto, funções do conjunto de k observações na forma (x_i, y_i, n_i) , encontrados a partir do sistema de equações padrão do método dos mínimos quadrados:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sum e_i^2 n_i}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \sum e_i^2 n_i}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \sum e_i^2 n_i}{\partial c} = 0 \end{cases}$$

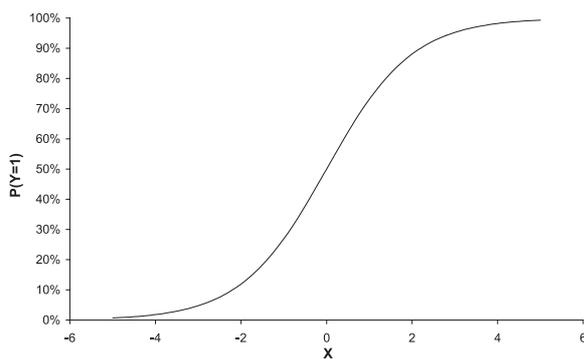


Figura 1 – Relacionamento entre uma variável contínua X e a probabilidade de ocorrência do evento a partir do modelo logístico.

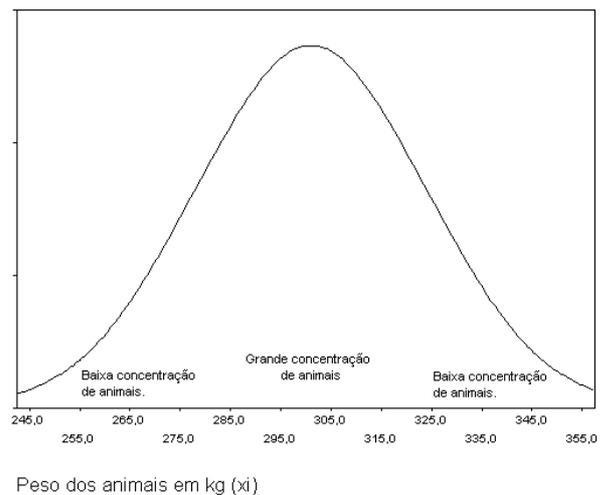


Figura 2 - Curva Normal ou Gaussiana: modelo teórico adequado para representação do comportamento probabilístico da variável peso

Tabela 1 - Dados de entrada para procedimento de modelagem: faixas de peso, ponto médio da faixa, taxa de prenhez e número de animais

i	Faixas de peso ($x_{inf,i} - x_{sup,i}$)	Ponto médio da faixa (x_i)	Taxa de Prenhez (y_i)	Número de animais (n_i)
1	$x_{inf,1} - x_{sup,1}$	x_1	y_1	n_1
2	$x_{inf,2} - x_{sup,2}$	x_2	y_2	n_2
...
k	$x_{inf,k} - x_{sup,k}$	x_k	y_k	n_k

A resolução desse sistema leva ao encontro de estimadores para os parâmetros a , b e c que, a partir de agora, serão denotados por \hat{a} , \hat{b} e \hat{c} . Para resolução desse sistema de equações foi utilizado o *software* matemático *Maple*.

$$\hat{a} = \frac{CEH - CFG + D^2G - DEF - ADH + AF^2}{D^3 - BDH + BF^2 + HC^2 - 2CDF}$$

$$\hat{b} = \frac{BFG - BEH + D^2E - CDG + ACH - ADF}{D^3 - BDH + BF^2 + HC^2 - 2CDF}$$

$$\hat{c} = \frac{AD^2 - CDE - BDG + BEF - ACF + C^2G}{D^3 - BDH + BF^2 + HC^2 - 2CDF}$$

em que,

$$A = \sum_{i=1}^k n_i y_i \quad E = \sum_{i=1}^k n_i x_i y_i$$

$$B = \sum_{i=1}^k n_i \quad F = \sum_{i=1}^k n_i x_i^3$$

$$C = \sum_{i=1}^k n_i x_i \quad G = \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 y_i$$

$$D = \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 \quad H = \sum_{i=1}^k n_i x_i^4$$

Os estimadores \hat{a} , \hat{b} e \hat{c} são unicamente funções dos dados de entrada. Assim sendo, fica possível obter estimativas que maximizam a probabilidade de acertar a proporção de prenhez, utilizando somente as informações de peso, prenhez

e número de animais por classe. A expressão que permite obter o peso ótimo que maximiza a probabilidade de prenhez é a seguinte:

$$\text{Peso ótimo} = -\frac{\hat{b}}{2\hat{c}}$$

Essa expressão é o resultado de um simples cálculo de maximização de funções, em que a função quadrática é derivada e igualada a zero, tendo como objetivo encontrar o peso no qual a derivada da função é nula. Uma planilha em Excel que auxilia na aplicação do modelo quadrático pode ser solicitada aos autores deste texto por *e-mail*.

Resultados e Discussão

As 755 observações de peso ao acasalamento de novilhas cobertas aos 14 meses de idade revelam que a variável peso ao acasalamento apresenta um comportamento probabilístico aproximadamente normal, como mostra a Figura 3. Existem faixas de pesos com um número reduzido de animais e, portanto, as estimativas para a proporção de prenhez ficam prejudicadas. As faixas com peso inferior a 240kg e superior a 350kg concentram uma pequena quantidade de animais e foram desconsideradas. A Tabela 2 apresenta o número de animais por faixa de peso após a categorização.

A Tabela 2 revela que apenas 24 animais, ou seja, 3,2% do total estão localizados em faixas com baixa concentração de animais. Eles foram desconsiderados na análise. Embora não haja argumento científico para tal afirmação, sugere-se pelo menos 15 animais por classe, para que não haja prejuízo no processo de estimação.

Tabela 2 - Número de animais por faixa de peso

Faixas de peso ao acasalamento (kg)	Ponto médio da faixa (kg)	Prenhez	Número de animais
220 a 229*	224,5	0,00%	6
230 a 239*	234,5	33,30%	9
240 a 249	244,5	33,30%	15
250 a 259	254,5	52,40%	42
260 a 269	264,5	38,60%	57
270 a 279	274,5	55,40%	83
280 a 289	284,5	62,70%	102
290 a 299	294,5	66,90%	118
300 a 309	304,5	70,00%	110
310 a 319	314,5	78,40%	88
320 a 329	324,5	66,70%	48
330 a 339	334,5	64,30%	42
340 a 349	344,5	88,50%	26
350 a 359*	354,5	100,00%	5
360 a 369*	364,5	0,00%	2
370 a 379*	374,5	0,00%	1
380 a 389*	384,5	100,00%	1
Total de animais		62,9%	755

* Faixas desconsideradas no processo de modelagem.

O modelo quadrático estimado, apresentado na Figura 4, foi o seguinte:

$$\text{Prenhez} = -433,8913 + 2,9815\text{Peso} - 0,00436\text{Peso}^2$$

\hat{a} \hat{b} \hat{c}

O ponto de maximização da taxa de prenhez em função do peso se dá em aproximadamente 338,8kg, significando que, de acordo com o modelo, as fêmeas em torno desse peso apresentam maior probabilidade de prenhez, estimada em 75,8%. Cabe ressaltar que essa estimativa está baseada unicamente na variável peso, fortemente relacionada a probabilidade de prenhez ($R^2=73,6\%$). Conseqüentemente o peso não constitui o único fator responsável pela ocorrência de prenhez. Os resultados obtidos, quando contrastados a dados de literatura, mostram associação entre peso e prenhez. AZAMBUJA (2003), trabalhando com novilhas acasaladas aos 14 meses, obteve 35,4% e 66,7% de prenhez com pesos médios no início do acasalamento de 233,4 e 252,0 kg, respectivamente. FREITAS *et al* (2003), com novilhas de mesma idade com pesos no início do acasalamento entre 232,3 e 260,7kg, obtiveram, respectivamente, 23,1 e 48,7% de prenhez. GOTTSCHALL *et al* (2003), com novilhas

pesando, em média, 300,6 kg, obtiveram 79,8% de prenhez.

Considerações Finais

O modelo quadrático proposto mostrou-se uma alternativa exequível para predição da probabilidade de prenhez em função do peso no início do acasalamento. A prenhez, variável dependente do modelo, é resultado de um conjunto de inúmeros fatores (variáveis independentes) impossíveis de ser totalmente controlados. A eleição de uma única variável preditora (no caso, o peso) permitiu chegar a estimativas satisfatórias, conforme evidenciou o coeficiente de determinação (R^2) superior a 70%. As diferenças entre os pontos observados e o modelo quadrático estimado (Figura 4) podem ser explicadas pelo fato de que o modelo de regressão não pretende reproduzir os dados coletados, mas sim entender o comportamento médio das variáveis envolvidas no processo.

A determinação de um peso ótimo que maximiza a probabilidade de prenhez foi considerada a grande vantagem do modelo quadrático em relação ao tradicional procedimento de regressão logística. A grande desvantagem, no entanto, é a necessidade de um tamanho amostral robusto para obtenção de resultados confiáveis.

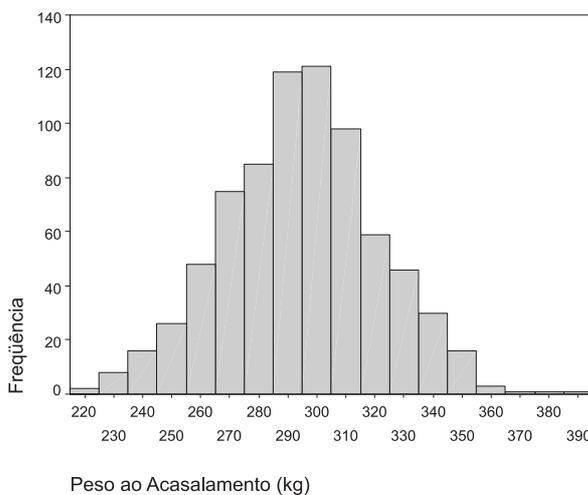


FIGURA 3 - Histograma do Peso ao Acasalamento (kg) - Novilhas 14

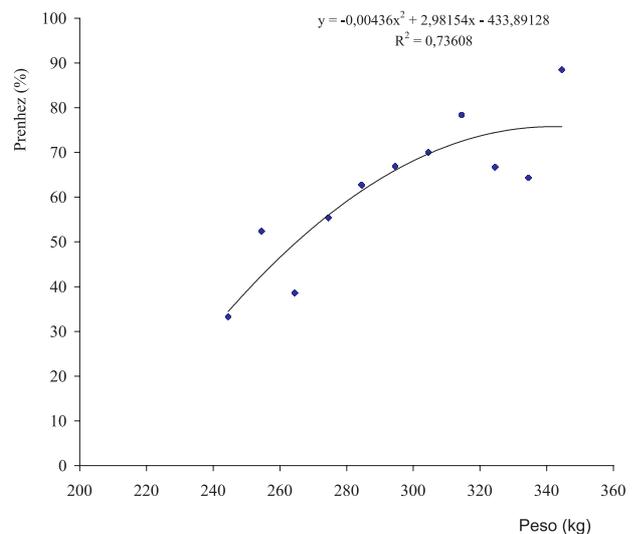


FIGURA4-Diagrama de dispersão entre peso e probabilidade de prenhez e modelo quadrático estimado

Referências

AZAMBUJA, P. S. *Sistemas alimentares para o acasalamento de novilhas aos 14/15 meses de idade*. 2003. 186 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia)- Programa de Pós-Graduação em Agronomia, Faculdade de Agronomia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BARCELLOS, J. O. J. *et al*. *Crescimento de fêmeas bovinas de corte aplicado aos sistemas de cria*, 2003. Departamento de Zootecnia da UFRGS, Porto Alegre. Publicação ocasional. 2003. 72 p.

BERRETA, V.; LOBATO, J. F. P.; MIELITZ NETTO, C. G. A. Produtividade e eficiência biológica de sistemas pecuários de cria diferindo na idade das novilhas ao primeiro parto e na taxa de natalidade do rebanho no Rio Grande do Sul. *Revista Brasileira de Zootecnia*, Viçosa. v. 30, n. 4, p. 1278-1286. 2001.

BITTENCOURT, H. R. Regressão logística politômica – revisão teórica e aplicações. *Acta Scientiae*. Canoas, v. 5, p. 77-85, 2003.

- FREITAS, S. G. *et al.* Desempenho reprodutivo e produtivo de novilhas de corte aos dois anos submetidas a diferentes alternativas de alimentação. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 40, 200, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2003. 1 CD-ROM.
- GOTTSCHALL, C. S.; OAIGEN, R. P.; MORAES, M. A.; VIERO, V.; SOUZA NETO, R. L. de; ROSA, A. A. G.; TANURE, S. Desempenho reprodutivo de novilhas acasaladas aos 14/15 meses, desmamadas com diferentes idades. In: XI CONGRESSO LATINOAMERICANO, V CONG. BRASILEIRO, III CONG. NORDESTINO DE BUIATRIA, 2003, Salvador. *Livro de Resumos – Buiatria*, Salvador: 2003. p. 74.
- HOLMES, P. R. *The Opportunity of a Lifetime. Reproductive Efficiency in the Beef Herd.* New Jersey: MSDAGVET. 1989.
- HOSMER, D.; LEMESHOW, S. *Applied logistic regression.* 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- MORRIS, C. A. A review of relationships between aspects of reproduction in beef heifers and their lifetime production. 1. Associations with fertility in the first joining season and with age at first joining. *Animal Breeding Abstracts*, Edinburgh, v. 48, p. 655-676, 1980.
- PATTERSON, D. J. *et al.* Management considerations in heifer development and puberty. *Journal of Animal Science*, v. 70, p. 4018-4035, 1992.
- ROCHA, M. G.; LOBATO, J. F. P. Sistemas de alimentação pós-desmama de bezerras de corte para acasalamento com 14/15 meses de idade. *Revista Brasileira de Zootecnia*, Viçosa. v. 31, n. 4, p. 1814-1822, 2002.

Recebido para publicação em 01/02/2005
Received for publication on 01 February 2005
Recibido para publicación en 01/02/2005
Aceito para publicação em 10/07/2005
Accepted for publication on 10 July 2005
Acepto para publicación en 10/07/2005